

АЛЬМУХАМЕТОВА Альбина Файзекабировна

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ
ОСНОВНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ ТЕРРИТОРИАЛЬНО-
РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ТОРГОВОЙ КОРПОРАЦИИ**

Специальность:

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук



Работа выполнена
в Казанском государственном техническом университете им. А.Н. Туполева

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Моисеев Виктор Сергеевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
Куршев Виктор Николаевич
кандидат технических наук, профессор
Талызин Виктор Аркадьевич

Ведущая организация: ООО «Информационные Бизнес Системы Казань»

Защита состоится 19 июня 2009 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 212.079.01 в Казанском государственном техническом университете им. А.Н. Туполева по адресу: 420111, ул. К. Маркса, 10.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. Автореферат диссертации размещен на сайте Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева www.kai.ru

Автореферат разослан «18» июня 2009 г.



Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физ.-мат. наук, профессор

П.Г. Данилаев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время в отечественной и зарубежной практике широкое распространение получили территориально-распределенные торговые корпорации (ТРТК), охватывающие своей деятельностью отдельные регионы, страны и группы стран.

Эффективное управление ТРТК как сложной организационно-технической системой должно осуществляться не по принципу непосредственного реагирования на всевозможные воздействия, а основываться на планировании упреждающих воздействий. Это должно способствовать увязке объективно противоречивых частных целей различных функциональных подсистем и подразделений корпорации, которая осуществляется путем комплексного применения соответствующих математических моделей, методов и реализующих их комплексов программ.

Как показал анализ работы современных ТРТК, эффективность их функционирования существенным образом зависит от организации управления запасами и спросом на реализуемые товары.

Отдельным вопросам управления запасами посвящены работы Аникина Б.А., Бережного В.И., Гаджинского А.М., Головинского В.В., Морриса У., Ньюберри Т., Рыжикова Ю.И., Талызина В.А., Уайтина Т.М., Фролькиса В.А., Хедли Дж. и других отечественных и зарубежных ученых. Задачи управления спросом в значительно меньшем объеме представлены в существующей литературе. В работах Липсица И.В., Тектова Д.А., Цукермана Е.В., Иванько Р.С. приводятся только детерминированные модели спроса, которые не учитывают управление ценообразованием и рекламой на реализуемые товары. Анализ существующей литературы также показал отсутствие в ней комплексного подхода при решении задач управления запасами и спросом, учитывающего характерные особенности современных ТРТК.

В связи с этим актуальность темы работы состоит в том, что для повышения эффективности управления деятельностью ТРТК требуется совместное использование задач управления запасами, транспортом и спросом, основанных на современных математических моделях, методах и алгоритмах их решения.

Целью работы является разработка математических моделей, методов и алгоритмов задач формирования управленческих решений (УР) при комплексном управлении запасами и спросом (КУЗС), а также средств их реализации в инфокоммуникационной инфраструктуре (ИКИ) ТРТК.

Задачи исследования:

1. Анализ проблемы управления основной деятельностью ТРТК.
2. Постановка основных задач эффективного управления запасами и спросом в ТРТК.
3. Разработка математических моделей, методов и алгоритмов, обеспечивающих решение сформулированных задач.
4. Разработка прикладной информационной технологии (ИТ) комплексного управления запасами и спросом в ТРТК и основных комплексов программ.

Методы исследования. При решении сформулированных в работе задач используются методы теории множеств, теории вероятностей и математической

Научная новизна:

1. Введено понятие и предложена общая теоретико-множественная модель ТРТК. Дано определение, и обоснована необходимость комплексного управления запасами и спросом в ТРТК.

2. Разработано дерево целей и задач КУЗС, которое модифицировано включением в него методов и алгоритмов решения выделенных в нем задач.

3. Предложены классификация УР и схема их принятия для КУЗС в ТРТК.

4. Разработан комплекс математических моделей, методов и алгоритмов решения задач централизованного и локального управления запасами, транспортными средствами (ТС) корпорации, а также задач управления спросом, включающих в себя управление ценообразованием и рекламой на реализуемые товары в ТРТК.

5. Разработаны многокритериальная модификация классической транспортной задачи (КТЗ) по критерию времени и рандомизированный метод формирования подмножества эффективных (паретооптимальных) решений в дискретном множестве достижимости задачи, основанный на применении понятия ортогонального конуса (ортанта).

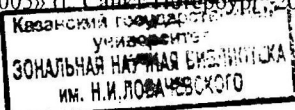
6. Предложен эвристический численный метод для решения задачи определения оптимальных маршрутов передвижения минимального количества ТС («коммивояжеров») между региональными подразделениями (РП) ТРТК.

7. Разработаны общая ИКИ ТРТК и прикладная ИТ решения задач КУЗС в ее среде.

Практическая ценность работы. Предложенные в диссертационной работе задачи сформулированы, исходя из анализа практической деятельности существующих ТРТК. Постановка и решение этих задач осуществлялись в рамках выполнения совместной НИР по договору о научно-техническом сотрудничестве № ПМ13-СМ между КГТУ им. А.Н.Туполева и ЗАО «Волга – Натур Продукт» (ныне ООО «НП-Логистика») (г. Казань), в которой автор участвовал как ответственный исполнитель. Разработанные в диссертационной работе модели и методы могут быть также использованы для повышения эффективности управления деятельностью территориально-распределенных организаций (корпораций), осуществляющих закупку, производство, хранение и сбыт продукции.

Реализация результатов работы. Теоретические и практические результаты диссертационной работы, в том числе их программная реализация, были внедрены в ООО «НП-Логистика» и ОАО «ICL-КПО ВС» (г. Казань). Отдельные результаты работы были также использованы в учебном процессе кафедры Прикладной математики и информатики КГТУ им. А.Н.Туполева.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертации докладывались и обсуждались на VIII Международной научно-практической конференции «Системный анализ в проектировании и управлении» (г. Санкт-Петербург, 2004); Международной молодежной научной конференции «XII Туполевские чтения» (г. Казань, 2004); XIII Международной научно-практической конференции «Управление организацией: диагностика, стратегия, эффективность» (г. Санкт-Петербург, 2005); Всероссийской молодежной научной конференции с международным участием «VIII Королёвские чтения» (г. Самара, 2005); VI Международной научно-технической конференции «Компьютерное моделирование 2005» (г. Санкт-Петербург, 2005); XVI Международной научно-



технической конференции «Математические методы и информационные технологии в экономике, социологии и образовании» (г. Пенза, 2005); Молодежной научно-практической конференции «Актуальные проблемы науки и образования» (г. Зеленодольск, 2006); X Международной научно-практической конференции «Системный анализ в проектировании и управлении» (г. Санкт-Петербург, 2006); Международной молодежной научной конференции «XIV Туполевские чтения» (г. Казань, 2006); VI Международной молодежной научно-технической конференции «Будущее технической науки» (г. Н.Новгород, 2007); Всероссийской научной конференции «Информационные технологии в науке, образовании и производстве» (г. Казань, 2007); V Международной научно-практической конференции «Инфокоммуникационные технологии глобального информационного общества» (г. Казань, 2007); Всероссийской молодежной научной конференции с международным участием «IX Королёвские чтения» (г. Самара, 2007); Международной молодежной научной конференции «XVI Туполевские чтения» (г. Казань, 2008).

Публикации и структура диссертации. Основное содержание диссертации отражено в 20 печатных работах, в том числе в 5 научных статьях, из них 2 статьи в журнале из Перечня ВАК РФ. Материалы диссертации вошли также в 4 отчета по НИР, в которой автор принимал участие как ответственный исполнитель. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложения. Работа содержит 135 страниц основного текста, 35 рисунков, 34 таблицы; список литературы включает 127 наименований, объем приложения – 17 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель и задачи работы. Определены научная новизна и практическая значимость работы, описана структура диссертации.

Первая глава работы посвящена системному анализу и постановкам задач комплексного управления запасами и спросом в ТРТК.

Сформулировано определение ТРТК. Под ней предлагается понимать крупную торговую организацию, область функционирования которой может включать в себя несколько регионов как в пределах одной страны, так и группы стран. Отмечается, что любая ТРТК представляет собой стабильную иерархическую территориально-распределенную структуру, в которой принятие решений оперативного и тактического характера делегировано региональным и местным подразделениям корпорации. Анализ состава и функций ТРТК показал, что эффективное управление основной деятельностью таких корпораций существенно зависит от решения задач управления запасами, спросом, а также планирования и организации перевозок товаров. Такой подход обозначен в данной работе как «комплексное управление запасами и спросом» в ТРТК.

Рассматриваются классификация видов ТРТК по уровню географического охвата регионов, их краткая характеристика, и выделяются основные признаки современной ТРТК. Приводится общая организационная структура ТРТК, сформированная на основе анализа существующих ТРТК, которая относится к дивизиональным структурам организаций. Центральный орган управления включает в себя генеральную дирекцию, в подчинении которой находятся следующие департаменты: логистики, финансовый и коммерческий, регистрации и

сертификации товаров, внешней экономической деятельности, рекламы и маркетинга, таможенный и информационно-технический. В состав ТРТК входят РП и их торговые центры (ТЦ), в органах управления которых присутствуют представители соответствующих департаментов. При этом под ТЦ понимается как крупный пункт реализации товаров (супермаркет, гипермаркет), так и небольшая торговая точка (магазин, аптека). На основании выполненных в данной работе исследований и разработок в состав подразделений ТРТК предлагается включить департамент корпоративной статистики, который должен заниматься сбором и обработкой статистических данных для решения задач КУЗС.

Для постановки и решения задач КУЗС в ТРТК предлагается использовать общую теоретико-множественную модель, которая описывает ТРТК как сложную организационно-техническую систему на морфологическом уровне:

$$S = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, G, M, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7\}. \quad (1)$$

Здесь A_1 – множество управляющих органов ТРТК; A_2 – множество ее РП; A_3 – множество ТЦ ТРТК; A_4 – множество складов; A_5 – множество ТС корпорации; A_6 – множество номенклатурных позиций товаров, реализуемых ТРТК; G – системное пространство ТРТК; M – карта местности. Взаимодействие компонент ТРТК описывается отношениями вида:

$$R_1 \subseteq A \times G, R_2 \subseteq G \times M, R_3 \subseteq A_1 \times A_1, R_4 \subseteq A_4 \times A_6, \\ R_5 \subseteq A_2 \times A_3, R_6 \subseteq A_4 \times A_5, R_7 \subseteq A_1 \times A_2 \times A_3, \text{ где } A = \bigcup_{i=1}^6 A_i.$$

Отношение R_1 идентифицирует положение элементов ТРТК в G . Соответствие системного пространства ТРТК применяемой карте местности описывается отношением R_2 . Отношение R_3 отражает связи между управляющими органами корпорации. Закрепление ассортиментных групп товаров за складами ТРТК представлено отношением R_4 . Отношение R_5 представляет соответствие подмножества ТЦ каждому РП. Распределение множества ТС по складам ТРТК формируется отношением R_6 . Тернарное отношение R_7 отображает взаимодействие управляющих органов с РП и ТЦ. Модель (1) может быть использована как модель данных для формирования распределенной базы данных (БД) ТРТК.

В качестве основного компонента реализации задач КУЗС предлагается использовать понятие заказа товара, который определяется набором:

$$Z = \langle \aleph, z \rangle, \quad (2)$$

где \aleph – наименование товара, z – требуемое количество товара.

Эффективность функционирования ТРТК предлагается оценивать векторным критерием вида: $K = (C, T) \rightarrow \min$, где C – стоимость, T – время прохождения заказа по следующим состояниям: E_1 – оформление заказа; E_2 – направление заказа исполнителю; E_3 – выполнение заказа; E_4 – хранение заказа; E_5 – потребление (реализация) заказа.

Для реализации системного подхода было разработано дерево целей, задач и методов КУЗС в ТРТК, в котором в качестве основной цели рассматривалось обеспечение устойчивости функционирования корпорации. К целям второго уровня были отнесены: минимизация стоимости и времени прохождения заказа по всем его состояниям, которые, в свою очередь, были разбиты на следующие цели третьего уровня: 1) сокращение затрат, связанных с отсутствием товаров, с

хранением их излишков и с транспортировкой товаров; 2) бесперебойное обеспечение РП и ТЦ товарами; 3) повышение оперативности поступления и обработки заявок РП и ТЦ на товары; 4) увеличение спроса на товары. Здесь в понятие «затраты» включены отмеченные выше показатели эффективности C и T .

В результате декомпозиции локальных целей получен перечень следующих основных задач, решение которых позволяет организовать эффективное КУЗС в ТРТК: 1) анализ реализуемости товаров; 2) определение оптимальных значений порогового (страхового), текущего и максимального объемов запасов товаров; 3) оперативное регулирование уровней запасов товаров; 4) выбор оптимальных поставщиков товаров; 5) оперативное перераспределение товаров между РП или ТЦ; 6) задачи оптимизации применяемых ТС корпорации и планирования перевозок в ТРТК; 7) оптимизация размещения товаров на складах ТРТК; 8) задачи управления спросом; 9) организация электронного документооборота.

Классическое дерево целей и задач было дополнено следующими методами, обеспечивающими решение сформулированных задач: 1) методы обработки статистических данных по учету продаж и остатков товаров; 2) методы обработки данных о характеристиках товаров, состоянии складов, наличии ТС; 3) методы расчета статистических и прогнозных характеристик объемов продаж и остатков товаров; 4) методы анализа и синтеза решений; 5) основные мероприятия по совершенствованию технического, программного и информационного обеспечения функционирования ТРТК.

Разработана классификация УР для реализации сформулированных задач КУЗС. Формирование аналитических УР предлагается осуществлять на основе решения следующих задач: 1) сбор и обработка статистических данных по спросу на товары; 2) анализ реализуемости товаров и их номенклатурных групп; 3) оценка запасов товаров на складах ТРТК; 4) анализ эффективности обслуживания РП и ТЦ транспортными средствами корпорации. Для реализации организационных УР предлагается решать следующие задачи: 1) формирование ассортимента товаров, реализуемых в ТРТК; 2) определение количества РП и ТЦ корпорации и расстояний между ними по существующей схеме транспортных магистралей; 3) определение требуемого количества ТС корпорации, а также объемов и площадей складских помещений ТРТК. Оперативные УР формируются на основе решения следующих задач: 1) определение оптимальных значений различных количественных уровней запасов товаров и их оперативное регулирование на складах ТРТК; 2) определение объемов заказов, перераспределение запасов товаров между РП или ТЦ корпорации; 3) выбор оптимальных поставщиков товаров; 4) управление перевозками товаров в ТРТК; 5) оптимальное размещение товаров на складах; 6) управление спросом в РП; 7) адаптивное управление спросом в ТЦ.

Формирование и принятие решений в ТРТК предлагается реализовывать по двухуровневой схеме, в которой на локальном уровне эти задачи решаются соответствующими РП и ТЦ, а на верхнем уровне управления ТРТК централизованно будут собираться, обобщаться, анализироваться полученные от РП данные и результаты и приниматься соответствующие решения.

Для непосредственной реализации задач КУЗС в ТРТК разработана специальная прикладная ИТ, основанная на использовании соответствующих математических моделей и методов, требуемых для их реализации БД и лиц, гото-

вещающих решения (ЛПР), принимающих решения (ЛПР) и реализующих решения (ЛПР), из состава подразделений ТРПК.

Прикладная ИТ КУЗС должна быть реализована в определенной информационной среде, в качестве которой предлагается рассматривать ИКИ корпорации, так как основным свойством ТРПК является ее транстерриториальность. В главе приводится структура ИКИ ТРПК, в основу вычислительной части которой положена клиент-серверная архитектура, а в основу коммуникационной части – доменная архитектура. Формально ИКИ ТРПК предлагается описывать в виде следующей общей концептуальной модели:

$$I_{ТРПК} = \{S, D, P, T_1, T_2, T_3, J\},$$

где S – множество серверных платформ; D – множество хранилищ данных, составляющих распределенную БД ТРПК; P – множество пользователей из состава персонала ТРПК; T_1 – множество средств обслуживания пользователей; T_2 – множество используемых средств связи; T_3 – множество средств информационной безопасности системы; J – множество системных и прикладных программ.

Во второй главе работы приводятся математические модели и методы решения задач локального управления запасами.

Предлагается метод анализа реализуемости товаров из множества A_6 по группам в ТЦ ТРПК, который позволяет оценить интенсивность реализации каждого товара с последующим их упорядочиванием (ранжированием) в ассортиментной группе по уровню спроса за учетный период T с использованием данных ежедневного учета объемов реализации товаров в виде N выборок случайных величин:

$$Y_i = \{y_{i1}, y_{i2}, y_{i3}, \dots, y_{iT}\}, i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где y_{ij} – объем реализации i -го товара за j -ый день, $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, T}$. Для описания тренда реализации каждого товара предлагается использовать линейную модель вида:

$$y_i(t) = a_i t + b_i, i = \overline{1, N}, \quad (4)$$

для вычисления коэффициентов которой приводятся соответствующие расчетные формулы. На основе анализа знаков полученных значений коэффициентов a_i , определяющих среднюю интенсивность реализации i -го товара, $i = \overline{1, N}$, формируются два множества товаров, интенсивность реализации которых за период T возрастает $N_{рост} = \{i \in (\overline{1, N}) | a_i > 0\}$ и убывает $N_{убыв} = \{i \in (\overline{1, N}) | a_i < 0\}$.

В качестве примера этого метода рассматривается анализ реализуемости в некотором ТЦ РП за учетный период $T = 6$ раб. дней товаров А1, А2, А3 и А4, составляющих ассортиментную группу «Товар А». С использованием учетных данных вида (3) были построены модели трендов вида (4), и определены их коэффициенты. Полученные результаты показали, что средняя интенсивность ежедневной реализации товара А1 составляет $a_1 = 32,83 \approx 33$ ед., товара А2 – $a_2 = -6,11 \approx -6$ ед., товаров А3 и А4 – $a_3 = 3,43 \approx 3$ ед. и $a_4 = -2,23 \approx -2$ ед. Таким образом, ЛПР ТЦ может сделать вывод, что наиболее реализуемым является товар А1, а наименее реализуемым – товар А2. Списки товаров из множеств $N_{рост} = \{А1, А3\}$ и $N_{убыв} = \{А2, А4\}$ выдаются ЛПР для анализа и последующего оперативного формирования заказов вида (2).

Для решения актуальной для РП и ТЦ задачи выбора оптимального текущего объема запаса каждого товара, спрос на который определяется случайной величиной $Y \in [0, \infty)$ с произвольным законом распределения, предлагается метод непосредственного использования статистических данных по реализации рассматриваемого товара. Математическая модель задачи имеет вид:

$$\bar{D}(x) \rightarrow \min_x, \quad \bar{I}(x) \rightarrow \min_x, \quad (5)$$

где $\bar{D}(x)$ и $\bar{I}(x)$ – ожидаемые значения дефицита и излишков товара при уровне его запаса, равном x , которые выражаются через функцию распределения $F(y)$ непрерывного случайного спроса Y как:

$$\bar{D}(x) = m_y - x + \int_0^x F(y) dy, \quad \bar{I}(x) = \int_0^x F(y) dy. \quad (6)$$

С использованием линейной свертки критериев задачи (5) вида:

$$L(x, \lambda) = \lambda \bar{D}(x) + (1 - \lambda) \bar{I}(x),$$

где $\lambda \in (0, 1)$ – параметр свертки, получено уравнение для определения величины искомого запаса x при фиксированном значении параметра λ :

$$F(x) - \lambda = 0, \quad \lambda \in (0, 1).$$

Решение этого уравнения в общем виде записывается как:

$$x(\lambda) = \arg\{F(x) = \lambda \mid \lambda \in (0, 1)\}.$$

Таким образом установлено, что при произвольном законе распределения спроса Y каждый паретооптимальный вариант искомого уровня запаса товара соответствует значению квантиля функции распределения $F(y)$.

Для широко распространенных на практике дискретных законов распределения спроса предлагается следующий метод формирования паретооптимальных вариантов уровня запаса рассматриваемого товара:

1⁰. Формирование выборки учетных данных по спросу на товар вида:

$$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}. \quad (7)$$

2⁰. Вычисление оценки среднего спроса на товар \hat{m}_y как:

$$\hat{m}_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i.$$

3⁰. Выделение в выборке (7) неповторяющихся значений спроса y_j^* и вычисление для них относительных частот p_j^* по формуле:

$$p_j^* = P\{Y = y_j^*\} = N_j / n, \quad j = \overline{1, m}, \quad m < n,$$

где N_j – количество элементов y_j^* в исходной выборке (7).

4⁰. Построение значений функции $\hat{F}(y)$ с помощью выражений:

$$\hat{F}(y_j^*) = \sum_{k=1}^j p_k^*, \quad j = \overline{1, m-1}, \quad \hat{F}(y_m^*) = 1.$$

5⁰. Выбор сетки значений λ_x параметра λ , удовлетворяющих условию:

$$0 \neq \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_s < \dots < \lambda_r \neq 1.$$

Размер сетки определяется, исходя из необходимого количества вариантов паретооптимальных решений, выдаваемых ЛПР для анализа.

6⁰. Выбор из этой сетки конкретного значения $\lambda = \lambda_x$ и определение значения s -го варианта объема запаса $x_s = y_j^*$ с помощью неравенств:

$$\hat{F}(y_{j-1}^*) \leq \lambda_s \leq \hat{F}(y_j^*), \quad j \in (\overline{2, m-1}), \quad s \in \overline{1, r}.$$

При наличии одинаковых значений x_s для различных значений параметра λ производится выделение неповторяющихся вариантов объема запаса.

7°. Вычисление для каждого паретооптимального варианта запаса $x_s = y_j^*$ значений целевых функций (6) по формулам вида:

$$\bar{D}_s = \hat{m}_y - x_s + \sum_{i=1}^{j-1} \hat{F}(y_i^*)(y_{i+1} - y_i), \quad \bar{I}_s = \sum_{i=1}^{j-1} \hat{F}(y_i^*)(y_{i+1} - y_i), \quad s \in (\overline{1, r}), \quad j \in (\overline{2, m-1}),$$

и формирование множества оптимальных по Парето вариантов решений вида: $P = \{(\bar{D}_s, \bar{I}_s, x_s) | s \in (\overline{1, r})\}.$

8°. Анализ ЛПР множества P и выбор удовлетворяющих его значений \bar{D}_s , \bar{I}_s и x_s , $s \in (\overline{1, r})$.

При необходимости поиска на множестве P единственного решения предлагается использовать один из двух способов: а) метод «идеальной» точки; б) принцип минимального превышения значения излишка товара над значением его дефицита. Данную задачу предлагается использовать для принятия УР при регулировании уровней запасов как на центральном складе (ЦС) корпорации, так и на складах ее РП и ТЦ.

В главе приводится пример применения разработанного метода с использованием реальных учетных данных вида (7) спроса на товар, реализованный в течение каждого из $n=184$ дней в одном из ТЦ ТРТК. Результаты выполнения п. 7° метода, полученные с помощью разработанного комплекса программ «Выбор оптимального текущего объема запаса товара», имеют вид:

$(x_1, \bar{D}_1, \bar{I}_1) = (23; 70,451; 6,337)$, $(x_2, \bar{D}_2, \bar{I}_2) = (69; 40,055; 21,941)$, $(x_3, \bar{D}_3, \bar{I}_3) = (88; 29,691; 30,576)$, $(x_4, \bar{D}_4, \bar{I}_4) = (112; 18,789; 43,675)$, $(x_5, \bar{D}_5, \bar{I}_5) = (130; 12,637; 55,523)$, $(x_6, \bar{D}_6, \bar{I}_6) = (147; 8,344; 68,229)$, $(x_7, \bar{D}_7, \bar{I}_7) = (182; 3,497; 98,382)$.

Предложенные подходы нахождения единственного решения показали одинаковый результат, состоящий в том, что эффективной является точка множества P с координатами $(x_3, \bar{D}_3, \bar{I}_3) = (88; 29,691; 30,576)$. Это означает, что при имеющихся условиях работы ТЦ оптимальный текущий объем запаса рассматриваемого товара на его складе должен составлять 88 ед.

В главе предлагается алгоритм решения задачи оперативного регулирования уровня запасов n товаров каждой ассортиментной группы ТЦ, который включает в себя следующие основные этапы:

1°. Сбор и накопление за учетный период T ежедневных данных \bar{Y}_i , $i \in \overline{1, n}$, по остаткам каждого товара группы вида:

$$\bar{Y}_i = \{\bar{y}_{i1}, \bar{y}_{i2}, \bar{y}_{i3}, \dots, \bar{y}_{iT}\}, \quad i \in \overline{1, n}, \quad (8)$$

где \bar{y}_{ij} – объем остатков i -го товара за j -й день, $i \in \overline{1, n}$, $j \in \overline{1, T}$.

2°. Обработка учетных данных с целью построения моделей трендов движения каждого товара вида:

$$\bar{y}_i(t) = d_i - u_i t, \quad i \in \overline{1, n}. \quad (9)$$

3°. Расчет ожидаемых моментов времени t_i^* исчерпания текущих объемов запасов для каждого вида товаров по следующей формуле:

$$t_i^* = (d_i - \bar{y}_{ic}) / u_i, \quad i \in \overline{1, n}, \quad (10)$$

где \bar{y}_{c_i} – объем порогового запаса i -го товара.

4⁰. Определение номера k наименее реализуемого товара из соотношения:

$$i_k^* = \max_{1 \leq i \leq n} \{i_i^*\}.$$

5⁰. Ежедневный контроль выполнения для каждого товара рассматриваемой группы условия вида:

$$\bar{y}_i \leq \bar{y}_{c_i}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, T}. \quad (11)$$

При выполнении неравенства (11) производится заказ i -го товара в объеме, вычисляемом как:

$$z_i = u_i(i_k^* - t_j), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, T}.$$

Если по окончании текущего t_j -го рабочего дня условие (11) не имеет места ни для одного из товаров, то переход к п. 1⁰ алгоритма.

Следует отметить, что если линейные модели вида (9) не дают требуемой точности выделения трендов, которую можно оценить с помощью относительной погрешности прогнозирования остатков товара, то можно использовать нелинейные модели. Рассмотренная задача оперативного регулирования уровней запасов товаров может решаться на всем множестве A_4 складов ТРТК.

В примере, иллюстрирующем разработанный алгоритм, были использованы данные ежедневной статистики \bar{Y}_1 и \bar{Y}_2 вида (8) об остатках номенклатурной группы «Товар Б» за март 2006 г. на ЦС некоторой ТРТК, а также значения $\bar{y}_{c_1} = 597$ ед., $\bar{y}_{c_2} = 300$ ед. Были построены 3 вида моделей трендов движения товаров, из которых наиболее точной является линейная модель вида (9). По формуле (10) были определены ожидаемые моменты времени исчерпания текущих объемов запасов товаров: $t_1^* = 44$ дня и $t_2^* = 40$ дней. Анализ выборок \bar{Y}_1 и \bar{Y}_2 показал, что условие (11) в текущем месяце не выполняется, следовательно не нужно формировать заказ на пополнение запасов рассматриваемой группы «Товар Б». Это показал и анализ работы рассматриваемого ЦС.

Третья глава посвящена разработке математических моделей и методов задач централизованного управления запасами в ТРТК, которые решаются управляющими органами множества A_1 из модели ТРТК вида (1). Как показал проведенный анализ, многие задачи формирования оптимальных УР при КУЗС в общем виде могут быть сведены к следующим задачам дискретной векторной оптимизации:

1) Многокритериальная задача дискретного программирования вида:

$$W(x) \rightarrow \text{extr}, \varphi(x) \geq 0, x \in \{a, a + e, a + 2e, \dots, b\}, \quad (12)$$

где $W(x) = (W_1(x), W_2(x), \dots, W_k(x))$ – вектор целевых функций решаемой задачи со значениями в пространстве E^k ; $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m)$ – заданная вектор-функция; $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вектор искомых решений; a, b – n -мерные целочисленные векторы; e – n -мерный вектор с единичными компонентами.

2) Задача многокритериального выбора эффективных решений из заданного множества альтернатив мощности N :

$$W(i) \rightarrow \text{extr}, \quad i = \overline{1, N} \quad (13)$$

где каждая i -ая альтернатива оценивается вектором показателей (характеристик) $(W_{1i}, W_{2i}, \dots, W_{ki}) \in E^k, i = \overline{1, N}$.

Следует отметить отсутствие к настоящему времени общих методов решения задачи (12). Применение при ее решении классического метода линейной свертки целевых функций, основанного на использовании теоремы С. Карлина, доказанной для непрерывных задач, является некорректным. В данной работе в предположении, что множество допустимых решений X содержит конечное число векторов $x^{(i)}$, $i = \overline{1, N}$, предлагается свести задачу (12) к задаче вида (13), которая конкретизируется как:

$$(W_{1i}, W_{2i}, \dots, W_{ri}) \rightarrow \max_{i=\overline{1, N}}, (W_{r+1, i}, W_{r+2, i}, \dots, W_{ki}) \rightarrow \min_{i=\overline{1, N}}, \quad (14)$$

где $W_{ji} = W_j(x^{(i)})$, $j = \overline{1, k}$, $i = \overline{1, N}$.

В связи с дискретностью множества достижимости G задачи (14) в предлагаемом методе для выделения в нем эффективных (оптимальных по Парето) точек используется выпуклый многогранный ортогональный конус с вершиной в рассматриваемой точке $(W_{1s}, W_{2s}, \dots, W_{ks}) \in G$:

$$C_s^k = \{ (W_1, W_2, \dots, W_k) \in E^k \mid (W_j \geq W_{js}, j = \overline{1, r}) \& (W_j \leq W_{js}, j = r+1, k) \}, s = \overline{1, N}. \quad (15)$$

Формирование таких решений осуществляется по следующему решающему правилу: «Если для любого $s \in \overline{1, N}$ конус C_s^k содержит хотя бы одну точку $(W_{1i}, W_{2i}, \dots, W_{ki}) \in G$, то s -ая точка с координатами $(W_{1s}, W_{2s}, \dots, W_{ks})$ исключается из множества G . Если некоторый конус $C_i^k = \emptyset$, $i = \overline{1, N}$, то i -ая точка множества G считается эффективным решением задачи (14)». Практическое применение этого правила состоит в проверке для каждого фиксированного значения $i \in \overline{1, N}$ и перебираемых значений $s \in \overline{1, N}$, $i \neq s$, выполнения условий вида:

$$W_{ji} \geq W_{js}, j = \overline{1, r}, W_{ji} \leq W_{js}, j = r+1, k, i \in \overline{1, N}, s \in \overline{1, N}.$$

Таким образом, суть предлагаемого метода решения задачи (14) состоит в построении последовательности конусов $C_1^k, C_2^k, \dots, C_N^k$ и анализе наличия в них хотя бы одной точки множества G путем перебора всех пар точек этого множества.

Одной из задач, решаемых управляющими органами ТРТК, является выбор оптимальных поставщиков товара. Данная задача относится к задачам многокритериальной оптимизации вида (13), и выбор поставщиков предлагается осуществлять согласно требованиям (14), где W_{ji} — j -ый показатель эффективности i -го поставщика, $j = \overline{1, k}$, $i = \overline{1, N}$. $C_1^k, C_2^k, \dots, C_N^k$

В главе рассматривается наиболее распространенный на практике частный случай задачи (14), который при $r = 0$ и $k = 2$ конкретизируется как:

$$(C_i, T_i) \rightarrow \min_{1 \leq i \leq N},$$

где C_i — стоимость, T_i — время выполнения i -ым поставщиком заказа вида (2).

При построении паретооптимальных решений этой задачи используется следующее решающее правило: «Если показатели некоторого r -го и s -го поставщиков со значениями (C_r, T_r) и (C_s, T_s) удовлетворяют условиям вида:

$$C_r \leq C_s, T_r \leq T_s, r \in \overline{1, N}, s \in \overline{1, N}$$

то s -ый поставщик считается неэффективным и исключается из последующего рассмотрения».

В примере решения задачи выбора оптимальных поставщиков некоторого товара «В» были использованы данные о показателях эффективности $N=9$ поставщиков, для которых $(C_1, T_1)=(200; 5)$; $(C_2, T_2)=(225; 4)$; $(C_3, T_3)=(225; 4)$; $(C_4, T_4)=(220; 2)$; $(C_5, T_5)=(C_6, T_6)=(210; 5)$; $(C_7, T_7)=(230; 3)$; $(C_8, T_8)=(238; 5)$; $(C_9, T_9)=(230; 4)$. В результате применения разработанного метода получено паретооптимальное множество поставщиков №1 и №4, для которых $C_1=200$ тыс.евро, $T_1=5$ недель и $C_4=220$ тыс.евро, $T_4=2$ недели. Поиск единственного решения с помощью метода «идеальной» точки с координатами $(C^*, T^*)=(0; 0)$ показал, что товар «В» лучше приобретать у поставщика №1, который в течение 5 недель поставяет заказ по стоимости, равной 200 тыс.евро.

Для решения задачи оперативного перераспределения дефицитного товара между РП предлагается использовать математическую модель модифицированной КТЗ по критерию времени, учитывающей следующие важные факторы любой транспортной операции: вместимость используемых ТС; приоритетность маршрутов перевозки товара; необходимость минимизации затрат времени на выполнение вспомогательных операций (подготовка, погрузка, разгрузка грузов) с определением при этом количества товаров, отправляемых из каждого пункта отправления (ПО) и получаемых в каждом пункте назначения (ПН); наличие нескольких целей проведения операции. В диссертации приводится общая модель для n ПО и m ПН, которая соответствует модели (12). Целевые функции описывают такие требования к перевозкам как минимизация общих затрат времени на выполнение всех перевозок, минимизация затрат времени на подготовку к отправке и погрузку товара во всех ПО, максимизация учета приоритетности поставок товара каждому ПН. Вводятся дополнительные искомые переменные, определяющие количество товара, которое выделяет каждый ПО. В качестве дополнительных ограничений рассматриваются необходимость развозки всех выделенных в ПО товаров во все ПН, а также условие целочисленности искомых переменных задачи.

Для решения модифицированной КТЗ предлагается использовать рандомизированный численный метод, который включает в себя следующие этапы получения ее паретооптимальных решений:

1°. Формирование с помощью датчика случайных чисел с равномерным законом распределения приближенного представления \tilde{X} множества допустимых решений задачи.

2°. Формирование в пространстве критериев задачи приближенного представления \tilde{G} множества достижимости G путем отображения в пространство критериев множества допустимых решений задачи \tilde{X} .

3°. Выделение во множестве \tilde{G} подмножества паретооптимальных решений с использованием метода решения задачи (14).

Существенное значение с точки зрения точности получаемых результатов в данном методе имеет объем N выполняемых статистических испытаний. Для получения приемлемых для практики результатов используется следующее правило останова: «Процесс выполнения этапов 1°-3° метода завершается, если при увеличении числа N состав формируемого множества паретооптимальных решений не изменяется».

Задачу оперативного перераспределения дефицитного товара между РП предлагается решать с помощью математической модели вида:

$$T_{\text{пп}} = \sum_{i=1}^n \tau_i^{\text{пп}} y_i \rightarrow \min, T_{\text{пер}} = \max_{x_{ij} > 0} \{t_{ij} p_{ij}\} \rightarrow \min,$$

$$0 \leq y_i \leq a_i, \sum_{j=1}^m x_{ij} = y_i, i = \overline{1, n}; \sum_{i=1}^n x_{ij} = b_j, j = \overline{1, m}; \sum_{i=1}^n y_i = \sum_{j=1}^m b_j,$$

$$p_{ij} = [x_{ij} / V_{ij}], x_{ij} \in \{0, 1, 2, \dots\}, y_i \in \{0, 1, 2, \dots\}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}.$$

Здесь $T_{\text{пп}}$ – общие затраты времени на подготовку к отправке и погрузку товара в n РП, имеющих дефицитный товар в наличии в объемах $a_i, i = \overline{1, n}$; $T_{\text{пер}}$ – общие затраты времени на выполнение всех перевозок; $\tau_i^{\text{пп}}$ – время на подготовку и погрузку в ТС единицы товара в i -ом РП, $i = \overline{1, n}$; b_j – потребности j -го РП в товаре, $j = \overline{1, m}$; y_i – количество товара, выделяемое i -ым РП, $i = \overline{1, n}$; t_{ij} – затраты времени на выполнение одной поездки ТС от i -го РП до j -го РП; p_{ij} – количество необходимых поездок ТС вместимости V_{ij} для перевозки количества x_{ij} дефицитного товара из i -го РП в j -ый РП, $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$; $[(\cdot)]$ – операция округления в большую сторону значения дроби (\cdot) .

Отметим, что эту модель можно использовать при решении задачи оперативного перераспределения дефицитного товара между ТЦ некоторого РП, пример которой приводится в главе при следующих исходных данных: $n=3, m=2; a_1=14$ уп., $a_2=16$ уп., $a_3=15$ уп.; $b_1=12$ уп., $b_2=15$ уп.; $\tau_1^{\text{пп}}=1$ мин., $\tau_2^{\text{пп}}=3$ мин., $\tau_3^{\text{пп}}=2$ мин.; $t_{11}=15$ мин., $t_{12}=20$ мин., $t_{21}=17$ мин., $t_{22}=15$ мин., $t_{31}=25$ мин., $t_{32}=18$ мин.; $V_{11}=V_{12}=8$ уп., $V_{21}=V_{22}=9$ уп., $V_{31}=V_{32}=8$ уп.

Результаты проведенных вычислительных экспериментов показали, что для получения устойчивого множества эффективных решений необходимо выполнить не менее 3×10^3 статистических испытаний. Графическое представление множества \tilde{G} и подмножества паретооптимальных решений приведено на рис. 1. Таблица 1 иллюстрирует результаты решения задачи, выдаваемые ЛПР РП для выбора им компромиссного варианта решения по оперативной ликвидации возникшего дефицита товара.

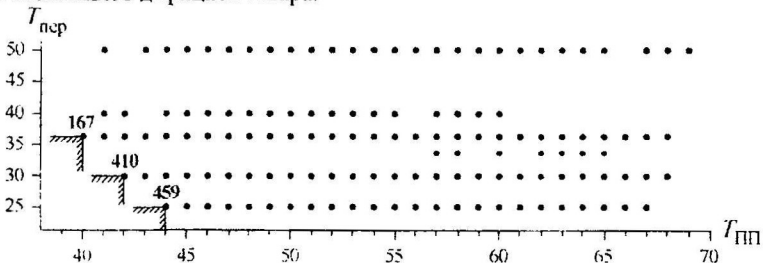


Рис. 1

Поиск единственного решения задачи с использованием метода «идеальной» точки показал, что наилучшим является вариант № 459, когда из первого ТЦ, имеющего запас требуемого товара, выделяется по 7 уп., из второго – по 2 уп., из третьего – 3 и 6 уп. соответственно для отправки в каждый из двух ТЦ, в которых имеется дефицит товара.

Таблица 1

| № вар. | $T_{пп}$ | $T_{пер}$ | x_{11} | x_{12} | x_{21} | x_{22} | x_{31} | x_{32} | y_1 | y_2 | y_3 |
|--------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|-------|
| 167 | 40 | 36 | 9 | 5 | 0 | 0 | 3 | 10 | 14 | 0 | 13 |
| 410 | 42 | 30 | 8 | 6 | 0 | 2 | 4 | 7 | 14 | 2 | 11 |
| 459 | 44 | 25 | 7 | 7 | 2 | 2 | 3 | 6 | 14 | 4 | 9 |

Важной задачей централизованного КУЗС является задача оптимального размещения заказанных товаров на множестве складов A_4 корпорации. В работе для принятия оперативных УР предлагается использовать следующую математическую модель:

$$T_{реал} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^r x_{il} / a_{il} \rightarrow \min, C = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^r c_l v_i^{мог} x_{il} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{l=1}^L x_{il} = K_i, i = \overline{1, r}, \sum_{i=1}^r v_i^{мог} x_{il} \leq V_l, l = \overline{1, L},$$

$$x_{il} \in \{0, 1, 2, \dots, K_i\}, i = \overline{1, r}, l = \overline{1, L}.$$

Здесь $T_{реал}$ – суммарный срок реализации размещенных на складах товаров; C – суммарные складские расходы; a_{il} – интенсивность спроса на i -ый товар с l -го склада, определяемая на основе модели тренда вида (4); c_l – стоимость эксплуатации единицы объема l -го склада; $v_i^{мог}$ – объем, занимаемый одной единицей i -го товара; K_i – объем заказа i -го товара, $i = \overline{1, r}$; L – располагаемое число складов; V_l – свободный объем l -го склада; x_{il} – количество единиц i -го товара, размещаемых на l -ом складе, $i = \overline{1, r}, l = \overline{1, L}$. Данную задачу, которая соответствует модели (12), предлагается решать с помощью описанного выше рандомизированного численного метода.

Четвертая глава работы посвящена разработке моделей и методов решения основных задач управления использованием ТС ТРПК, которые решаются как на верхнем, так и на нижнем уровнях структуры управления корпорацией.

Для анализа эффективности обслуживания n ТЦ, входящих в состав РП, имеющимися в его распоряжении m ТС предлагается моделировать транспортную систему РП как работающую в установившемся режиме m -канальную замкнутую систему массового обслуживания с n источниками заявок при $m \leq n$. При этом предполагается, что суммарный поток заявок от ТЦ на имеющиеся ТС является пуассоновским потоком с интенсивностью λ . Считается, что время обслуживания каждой заявки распределено по показательному закону с интенсивностью потока обслуживания $\mu = 1/\bar{t}_{об}$, где $\bar{t}_{об}$ – среднее время обслуживания одной заявки.

При решении задачи анализа используются следующие основные характеристики работы транспортной системы РП: вероятности состояний системы p_i , $i = \overline{0, n}$; среднее число свободных \bar{n} и занятых \bar{z} ТС; среднее число ТЦ, требующих обслуживания \bar{m} ; производительность A имеющихся ТС; ТЦ, ожидающих в очереди на обслуживание их заявок \bar{r} . Приводятся примеры расчета этих характеристик с помощью разработанного комплекса программ «Анализ эффективности обслуживания ТЦ РП существующими ТС».

В примере 1 при $m=4$, $n=10$, $\lambda=1,25 \text{ ч}^{-1}$, $\bar{t}_{об}=1 \text{ ч}$. получено, что в связи с тем, что $p_{\max} = \max_{i=1,10} p_i$, наиболее вероятным состоянием транспортной системы

РП является состояние, когда из 7 подавших заявку на обслуживание ТЦ четыре обслуживаются ТС, а три находятся в процессе ожидания. Анализ значений показателей $\bar{z}=3,95$; $A=3,95$; $\bar{\omega}=6,84$; $\bar{r}=2,89$ позволяет сделать вывод о том, что простой имеющегося парка из 4 автомобилей при выполнении заявок, приходящих от 10 ТЦ, практически отсутствуют, но в среднем порядка трети ТЦ находятся в процессе ожидания выполнения их заявок.

В примере 2 были проведены вычислительные эксперименты по расчету показателей эффективности транспортной системы некоторого РП для обслуживания $n=30$ ТЦ при количестве ТС, изменяющемся в интервале от 1 до 30. При этом средний интервал времени поступления заявок от ТЦ был принят равным 2 часам, следовательно $\lambda=0,5 \text{ ч}^{-1}$; а $\bar{t}_{об}=3 \text{ ч}$, то есть $\mu=0,33 \text{ ч}^{-1}$. Анализ полученных результатов позволил сделать следующий вывод: для удовлетворения заявок, приходящих от 30 ТЦ, транспортной системе рассматриваемого РП требуется 15 ТС, так как при этом простой ТС при выполнении заявок отсутствуют ($\bar{z}=14,92$), а в процессе ожидания находятся в среднем порядка 5 ТЦ ($\bar{r}=5,13$).

Решение задачи оптимизации поставок товаров на склады РП с ЦС ТРТК предлагается реализовывать в 2 этапа. На первом этапе производится формирование реального плана поставок x_{ij} каждого i -го вида товаров, $i = \overline{1, m}$, на склад j -го РП, $j = \overline{1, n}$, путем решения следующей задачи:

$$\delta = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left(\frac{x_{ij} - x_{ij}^*}{x_{ij}^*} \right)^2 \rightarrow \min, \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (16)$$

где x_{ij}^* – значения примерного плана поставок; a_i – количество каждого i -го вида товара в наличии на ЦС, $i = \overline{1, m}$. Считается, что значения x_{ij}^* равны поступившим от РП значениям заявок b_{ij} . Решение задачи (16) с использованием метода неопределенных множителей Лагранжа имеет вид:

$$x_{ij} = x_{ij}^* - \frac{x_{ij}^{*2}}{\sum_{j=1}^n x_{ij}^*} \left(\sum_{j=1}^n x_{ij}^* - a_i \right), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (17)$$

Вычисленные значения x_{ij} объемов поставок i -го вида товара j -му РП округляются до целых значений x_{ij}^0 , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, и выдаются ЛПР для анализа и возможной их корректировки с учетом неформализуемых в задаче условий. На этом этапе предлагается также определять суммарный арендный платеж $C_{ар}$ для тех РП, которые имеют дефицит объемов собственных складов.

Вторым этапом является получение паретооптимальных решений задачи:

$$C = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^K c_{kj} g_i^{ном} y_{kj} z_{kj} \rightarrow \min, \quad T = \max_{y_{kj}} \left\{ \sum_{k=1}^K t_{kj} y_{kj} z_{kj} \right\} \rightarrow \min, \quad y_{kj}$$

$$\sum_{k=1}^K z_{kj} > 0, \sum_{k=1}^K y_{kj} = 1, j = \overline{1, n}, y_{kj} \in \{0, 1\}, z_{kj} \in \{0, 1\}, k = \overline{1, K}, j = \overline{1, n}. \quad (18)$$

Здесь C – суммарная стоимость перевозок выбранными ТС; T – общие затраты времени на текущее обеспечение товарами РП ТРПК; c_{kj} – средняя стоимость перевозки k -ым видом ТС 1 кг любого вида товара до склада j -го РП; $g_j^{пост}$ – общий вес поставки всех m видов товаров на склад j -го РП; t_{kj} – время нахождения в пути до склада j -го РП одного ТС k -го вида; y_{kj} – булевские переменные, равные 1, если для доставки товаров в j -ое РП используется k -ый вид ТС, и 0 в противном случае; z_{kj} – параметры, принимающие значение, равное 1, в случае возможности использования k -го вида ТС для доставки товаров в j -ое РП, то есть при выполнении условий вида:

$$v_j^{пост} \leq v_k^{ТС}, g_j^{пост} \leq g_k^{ТС}, j = \overline{1, n}, k = \overline{1, K},$$

где $v_k^{ТС}$, $g_k^{ТС}$ – соответственно вместимость и грузоподъемность k -го вида ТС; $v_j^{пост}$ – общий объем поставки всех m видов товаров на склад j -го РП. Первые условия из состава (18) требуют, что должна существовать возможность перевозки в j -ый РП хотя бы одним видом ТС, а вторые означают, что для доставки товаров в конкретное РП возможно использование только одного из K видов ТС.

Для решения данной задачи предлагается использовать описанный выше рандомизированный метод с той особенностью, что для каждого из равенств, входящих в состав выражений (18) датчик случайных чисел генерирует целочисленное значение числа $\xi_j \in [1, K]$, $j = \overline{1, n}$, которое трактуется как номер переменной y_{kj} , принимающей в каждом равенстве единичное значение. Построенное множество паретооптимальных решений выдается ЛПР для выбора им конкретного варианта использования ТС для доставки товаров во все РП ТРПК.

Следует отметить, что модель (16) можно применить и для оптимизации поставок товаров ТЦ со складов РП ТРПК.

В главе приводится пример решения задачи оптимизации поставок $m = 6$ видов товаров на склады $n = 10$ РП некоторой ТРПК с использованием $K = 7$ видов ТС, из которых ТС 1 и ТС 2 относятся к авиационным, ТС 3 и ТС 4 – к железнодорожным, ТС 5, ТС 6 и ТС 7 – к автомобильным видам транспорта. На этапе 1 был определен план поставок товаров на склад РП, при котором необходим арендный платеж за месяц для РП 3 и РП 7 составил $C_{ар} = 784,94$ руб.

Результаты 7 вычислительных экспериментов, проведенных на этапе 2 решения задачи, показали, что для получения устойчивого множества паретооптимальных решений при допустимой погрешности значений стоимости перевозок не более 10% необходимо выполнить не менее $N = 10^6$ статистических испытаний. Из полученных 11 вариантов эффективных решений с помощью метода «идеальной» точки был определен наилучший, при котором для поставки товаров на склады РП используются только железнодорожные виды ТС. При этом суммарная стоимость перевозок равна $C = 194517$ руб., а общие затраты времени на обеспечение товарами РП составляют $T = 106,68$ ч. Результаты решения задачи выдаются ЛПР в виде таблицы и рисунка, аналогичных таблице 1

и рис.1. Вычислительные эксперименты проводились с помощью разработанного комплекса программ «Оптимизация поставок товаров РП с учетом ТС».

В заключение главы предлагается эвристический метод решения задачи определения оптимальных маршрутов передвижения минимального количества ТС, осуществляющих развозку товаров с ЦС по складам РП корпорации. В качестве исходных данных этого метода используются: количество n РП ТРПК, где существует потребность в m видах товаров; граф G дорог регионов с указанием месторасположения ЦС, из которого будут выезжать и в которое будут возвращаться ТС; матрица R расстояний r_{jl} , $j = \overline{0, n}$, $l = \overline{0, n}$, $l \neq j$, между городами, в которых расположены ЦС (при $j=0$ или $l=0$) и РП; количество a_i , $i = \overline{1, m}$, товаров каждого вида, имеющихся в наличии на ЦС; потребности b_{ij} , $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, каждого j -го РП в i -ом виде товара; объем $v_i^{тов}$ и вес $g_i^{тов}$ единицы i -го вида товара; количество q имеющихся в наличии однотипных видов свободных в текущий момент времени ТС; грузоподъемность $g_k^{ТС}$, вместимость $v_k^{ТС}$, стоимость $c_k^{ТС}$ одного километра пробега k -го вида ТС, $k = \overline{1, q}$.

Реализация метода заключается в выполнении следующих этапов:

1⁰. Определение объемов x_{ij}^0 перевозок товаров в РП по формулам (17).

2⁰. Вычисление объема $v_j^{пост}$ и веса $g_j^{пост}$ поставки всех видов товаров в j -ое РП, $j = \overline{1, n}$, а также общего веса $g_{общ}^{пост}$ и объема $v_{общ}^{пост}$ перевозимых товаров во все РП по формулам вида:

$$g_{общ}^{пост} = \sum_{j=1}^n g_j^{пост}, \quad v_{общ}^{пост} = \sum_{j=1}^n v_j^{пост}.$$

3⁰. Выбор из числа свободных ТС s единиц, $s \leq q$, грузоподъемность и вместимость каждого из которых подходит для удовлетворения потребностей хотя бы одного РП, исходя из выполнения условий: $g_k^{ТС} \geq g_j^{пост}$, $v_k^{ТС} \geq v_j^{пост}$, $k = \overline{1, s}$, хотя бы для одного из $j = \overline{1, n}$. Ранжирование списка s ТС по возрастанию стоимости 1 км пробега ТС.

4⁰. Проверка возможности перевозки товаров во все РП выбранными s ТС с помощью условий вида:

$$g_{общ}^{пост} \leq \sum_{k=1}^s g_k^{ТС}, \quad v_{общ}^{пост} \leq \sum_{k=1}^s v_k^{ТС}.$$

Если эти условия выполняются, то переход к п.5⁰, в противном случае необходимо увеличить количество ТС.

5⁰. Определение ближайшего к ЦС РП, в котором еще не побывало ни одно ТС, с помощью имеющейся матрицы расстояний R .

6⁰. Выбор из списка, сформированного в п.3⁰, первого свободного ТС, имеющего наименьшую стоимость 1 км пробега, грузоподъемность и вместимость которого позволяют удовлетворить потребности РП, определенного на этапе 5⁰. Если ни одного такого ТС не окажется или все ТС уже заняты, то предлагается добавить еще одно ТС с требуемыми характеристиками и продолжить выполнение метода.

7⁰. Определение кратчайшего пути для выбранного в п.6⁰ ТС с использованием алгоритма перехода в ближайшую точку графа G . При этом учитываются

грузоподъемность и вместимость ТС, а также контролируется условие, что каждое ТС объезжает только те РП, в которые другие ТС не заезжали. На данном этапе для каждого k -го ТС предлагается заполнять несимметричную матрицу переменных y_{kjl} , $k = \overline{1, s}$, $j = \overline{0, n}$, $l = \overline{0, n}$, следующим образом:

$$y_{kjl} = \begin{cases} 1, & \text{если для } k\text{-го ТС выбран маршрут } (j, l), j \neq l, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

8°. Проверка удовлетворения потребностей всех РП корпорации. Если план поставок товаров в РП, определенный на этапе 1°, выполнен не полностью, то переход к п.5°. В противном случае к п.9°.

9°. Вычисление общей длины $L_{общ}$ и суммарной стоимости $C_{общ}$ полученных маршрутов по формулам вида:

$$L_{общ} = \sum_{k=1}^K \sum_{j=0}^n \sum_{l=0}^n r_{jl} y_{kjl}, \quad C_{общ} = \sum_{k=1}^K \sum_{j=0}^n \sum_{l=0}^n c_k^{TC} r_{jl} y_{kjl},$$

где K – выбранное количество ТС, необходимых для поставки товаров РП ТРТК.

Предложенный метод, который является развитием методов решения задачи о «многих коммивояжерах» с минимизацией их количества, можно использовать для реализации задачи оптимизации процесса доставки товаров в ТЦ со склада РП.

Приводится пример решения задачи определения оптимальных маршрутов передвижения минимального количества ТС между $n = 9$ РП, расположенными в городах Ульяновске, Самаре, Нижнем Новгороде, Пензе, Перми, Саратове, Оренбурге, Челябинске и Екатеринбурге. На склады этих РП необходимо доставить с ЦС (Казань) $m = 4$ видов товаров, общий вес и объем которых составляют $g_{общ}^{пост} = 51$ т., $v_{общ}^{пост} = 92$ м³.

Из имеющихся в распоряжении ЦС пяти ТС получено, что для развозки товаров могут быть использованы ТС, приведенные в таблице 3.

Таблица 3

| № ТС | Марка ТС | g_k^{TC} , т. | v_k^{TC} , м ³ | c_k^{TC} , руб. |
|------|----------|-----------------|-----------------------------|-------------------|
| 1 | ЛИАЗ | 13 | 60 | 14 |
| 2 | КАМАЗ | 21 | 74 | 18 |
| 3 | СУПЕРМАЗ | 21 | 80 | 18 |

Оптимальные маршруты каждого из выбранных ТС представлены в таблице 4.

Таблица 4

| № ТС | Маршрут ТС |
|------|--|
| 1 | ЦС → РП 1 (Ульяновск) → РП 2 (Самара) → РП 7 (Оренбург) → ЦС |
| 2 | ЦС → РП 3 (Нижний Новгород) → РП 4 (Пенза) → РП 6 (Саратов) → ЦС |
| 3 | ЦС → РП 5 (Пермь) → РП 9 (Екатеринбург) → РП 8 (Челябинск) → ЦС |

Суммарная стоимость и общая длина полученных маршрутов соответственно равны $C_{общ} = 93726$ руб. и $L_{общ} = 5571$ км.

В пятой главе на уровне РП и входящих в них ТЦ предлагается решать задачи управления спросом в ТРТК, под которым в данной работе понимается управление ценообразованием и затратами на рекламу на реализуемые товары.

Под управлением спросом на конкретный товар на уровне РП, в состав которого входит n ТЦ, будем понимать обеспечение запланированного объема реализации товара путем проведения рекламной компании и изменения уровня

его розничной цены. При этом затраты на рекламу $C_{рекл}$ должны быть минимальными, но обеспечивать повышение спроса $P_{сnp}$ на товар за счет увеличения числа покупателей. Процессы привлечения покупателей рекламой и приобретения ими рекламируемого товара в связи с их объективной стохастичностью предлагается описывать регрессионными зависимостями вида:

$$R_t = f(S_t, a^{(t)}), \quad p_t = \varphi(c_t, b^{(t)}), \quad t \in (\overline{1, T}).$$

Здесь S_t – затраты на рекламу в момент времени t ; R_t – число покупателей, привлеченных рекламой; c_t – розничная цена товара; p_t – вероятность того, что наудачу выбранный покупатель приобретет товар в момент времени t ; значения векторов $a^{(t)}$ и $b^{(t)}$ рассчитываются путем обработки ЛПР результатов наблюдений в ТЦ в ходе рекламной компании за динамикой цены и числом покупателей при $t \in (\overline{1, T})$.

Для решения задачи управления спросом в РП предлагается использовать математическую модель вида:

$$C_{рекл} = \sum_{t=1}^T f^{-1}(R_t) \rightarrow \min, \quad P_{сnp} = \prod_{t=1}^T p(c_t) \rightarrow \max, \quad (19)$$

$$\sum_{t=1}^T c_t [p_t R_t] \geq c_0 N_{T+1}, \quad R_{t+1} \geq R_t, \quad c_{t+1} \leq c_t, \quad t \in (\overline{0, T-1}), \quad (20)$$

$$R_t \in \{R^*, R^* + 1, R^* + 2, \dots\}, \quad c_t \geq 0, \quad t \in (\overline{1, T}). \quad (21)$$

Здесь $C_{рекл}$ – суммарные затраты РП на рекламу товара; $P_{сnp}$ – вероятность спроса на товар; c_0 – цена товара до начала рекламной компании; N_{T+1} – количество единиц товара, которое РП планирует реализовать к моменту времени $(T+1)$; R^* – число постоянных покупателей рассматриваемого товара. Первое ограничение из (20) описывает требование, чтобы в результате рекламной компании РП получило доход, не меньший запланированного.

Задачу (19)-(21), относящуюся к классу нелинейных дискретно-непрерывных задач векторной оптимизации, предлагается решать описанным выше рандомизированным методом, в котором с помощью датчика случайных чисел генерируются дискретные R_t и непрерывные c_t псевдослучайные числа.

В примере решения этой задачи предполагалось, что в течение месяца каждую неделю РП будет проводить в своих ТЦ рекламную компанию определенного товара, то есть имеем $t=1$ неделя, $T=4$ недели. В результате обработки статистических данных за предыдущие периоды его работы построены целевые функции:

$$C_{рекл} = 166R_1 + 175R_2 + 160R_3 + 125R_4 \rightarrow \min,$$

$$P_{сnp} = e^{-0,001054 \cdot c_1} \cdot e^{-0,001477 \cdot c_2} \cdot e^{-0,002378 \cdot c_3} \cdot e^{-0,003466 \cdot c_4} \rightarrow \max.$$

Проведенные вычислительные эксперименты при $N_{T+1}=10$ ед., $c_0 = 90$ тыс. руб., $R^* = 2$ чел., показали, что для получения устойчивого множества паретооптимальных решений, содержащего 11 вариантов, достаточно выполнить 2×10^3 статистических испытаний при допустимой погрешности значений $C_{рекл}$ и $P_{сnp}$ не более (5-10) %. С помощью метода «идеальной» точки определено, что наилучшим является вариант, когда при $C_{рекл}=2322$ тыс.руб. с вероятностью $P_{сnp} \approx 0,5$ после 1-ой недели число покупателей, привлеченных

рекламой, составит $R_1=2$ чел. при цене на товар $c_1=88$ тыс. руб.; после 2-ой недели – $R_2=2$ чел. при цене $c_2=87$ тыс. руб.; после 3-ей – $R_3=4$ чел. при цене $c_3=83$ тыс. руб.; и после 4-ой – $R_4=8$ человек при цене товара $c_4=80$ тыс. руб. При этом РП получит доход 904 тыс. руб., что больше, чем запланированный доход, составляющий 900 тыс. руб.

При решении задач управления спросом на уровне ТЦ предлагается решать следующую задачу векторной оптимизации:

$$(m_z, -D_z) \rightarrow \max_{c_o \leq c \leq c_n},$$

целевые функции которой определяются как $m_z = cm_y$, $D_z = c^2 D_y$. Здесь m_y , m_z – математические ожидания, а D_y , D_z – дисперсии случайных величин спроса на товар Y и дохода Z от его реализации, связанные зависимостью $Z = cY$, где c – розничная цена товара; c_o , c_n – соответственно значения рекомендуемой РП и предельной цен на рассматриваемый товар.

Постановка решаемой задачи имеет вид: «Найти значение отпускной цены товара c , обеспечивающей максимальный ожидаемый доход ТЦ и минимальное значение его дисперсии (разброса)». Сформулированная задача относится к классу двухкритериальных задач стохастического программирования.

С использованием необходимого и достаточного условия максимума линейной свертки целевых функций получено решение задачи вида:

$$c(\lambda) = \frac{\lambda m_y}{2(1-\lambda)D_y},$$

где $\lambda \in [0,1]$ – параметр свертки. На основе этого выражения предлагается следующий алгоритм адаптивного управления розничной ценой на рассматриваемый товар в зависимости от изменения спроса:

1⁰. Формирование выборки учетных данных по спросу на рассматриваемый товар за t дней работы ТЦ вида:

$$Y_t = \{y_1, y_2, \dots, y_t\}.$$

2⁰. Определение статистических оценок числовых характеристик m_y и D_y спроса по следующим формулам:

$$\hat{m}_y^t = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t y_j, \quad \hat{D}_y^t = \frac{1}{t-1} \sum_{j=1}^t (y_j - \hat{m}_y^t)^2. \quad (22)$$

3⁰. Вычисление значений границ интервала варьирования λ как:

$$\lambda_1 = \frac{2c_o \hat{D}_y^t}{\hat{m}_y^t + 2c_o \hat{D}_y^t}, \quad \lambda_2 = \frac{2c_n \hat{D}_y^t}{\hat{m}_y^t + 2c_n \hat{D}_y^t},$$

4⁰. Формирование требуемой сетки значений параметра λ :

$$\lambda_1 = \lambda^{(1)} < \lambda^{(2)} < \dots < \lambda^{(n)} = \lambda_2.$$

5⁰. Вычисление для каждого значения $\lambda = \lambda^{(i)}$, $i = \overline{1, n}$, по формулам вида:

$$c(\lambda) = \frac{\lambda \hat{m}_y^t}{2(1-\lambda) \hat{D}_y^t}, \quad m_z = \frac{\lambda (\hat{m}_y^t)^2}{2(1-\lambda) \hat{D}_y^t}, \quad D_z = \frac{\lambda^2 (\hat{m}_y^t)^2}{4(1-\lambda)^2 \hat{D}_y^t}.$$

паретооптимальных вариантов решения задачи, которые выдаются ЛПР ТЦ для принятия решения по конкретному значению розничной цены в ТЦ в момент времени $(t+1)$.

Структура адаптивной системы оптимального в среднем ценообразования на реализуемый товар, когда оценки (22) пересчитываются по окончании каждого дня работы ТЦ, приведена на рис.2.



Рис. 2

В примере решения данной задачи была использована статистика спроса на товар, собранная в ТЦ некоторого РП в течение марта 2005 г. ($n=31$ дней), при следующих исходных данных: $c_o=1,89$ руб., $c_n=2,09$ руб. В результате применения разработанного алгоритма было получено значение цены товара, наиболее близкой к «идеальной» цене, равное $c_{opt}^{марм}=2,05$ руб. С использованием статистических данных по продажам и ценам на товар за апрель 2005 г. с помощью разработанного алгоритма на каждый день месяца определялось значение оптимальной цены. При этом общая реальная выручка по товару за апрель месяц составляла 598,53 руб., а рассчитанная – 608,43 руб. Динамика фактической выручки (■) и рассчитанной по значениям оптимальных цен (●) приведена на рис.3. Из полученных результатов можно сделать вывод, что предложенный подход к формированию оптимальной цены на товар позволяет стимулировать спрос на него и получить большее значение средней выручки.

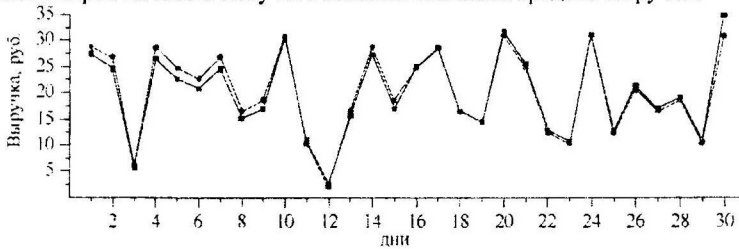


Рис. 3

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы. В приложении 1 представлены исходные данные и результаты вычислительных экспериментов. Приложение 2 содержит примеры видеоформ комплексов программ, разработанных для решения задач КУЗС в ТРТК.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Дано определение, и предложена общая теоретико-множественная модель ТРТК; сформулированы основные характеристики ТРТК; приведены классификация и организационная структура ТРТК. Введено понятие комплексного управления запасами и спросом как основного вида деятельности ТРТК.

2. Построено дерево целей и задач КУЗС, которое модифицировано включением в него методов и алгоритмов решения выделенных в нем задач. Разработана схема, и выделены субъекты процесса принятия УР по КУЗС в ТРТК, которое предложено организовать на локальном и централизованном уровнях управления ТРТК. Разработана общая прикладная ИТ для решения задач КУЗС

в ТРТК, которая должна быть реализована в среде ее ИКИ. Предложена концептуальная модель такой инфраструктуры.

3. Разработаны математические модели и методы решения основных задач локального управления запасами в ТРТК, включающих в себя задачу анализа реализуемости товаров по группам в ТЦ, а также задачи выбора оптимального текущего объема запаса товара и оперативного регулирования уровней запасов товаров на складах ТРТК. Предложенные методы их решения ориентированы на непосредственное использование статистических данных по спросу на товары и участие ЛПР при формировании и выборе оперативных УР по объемам заказов товаров.

4. Разработана многокритериальная модификация классической транспортной задачи по критерию времени, учитывающая вместимость применяемых ТС, затраты времени на проведение вспомогательных операций и приоритеты маршрутов перевозок.

5. Предложены математические модели, и разработаны методы решения основных задач централизованного управления запасами в ТРТК, включающих в себя многокритериальный выбор оптимальных поставщиков товара, оперативное перераспределение дефицитного товара между РП, оптимизацию размещения товаров на складах корпорации.

6. Сформулированы задачи анализа и оптимальной организации перевозок товаров в рамках КУЗС в ТРТК. Для анализа эффективности обслуживания ТЦ корпорации существующими ТС предложен подход, основанный на применении методов теории массового обслуживания. Разработана математическая модель задачи оптимизации организации поставок товаров с ЦС на склады РП ТРТК, и предложен двухэтапный метод ее решения, включающий в себя определение оптимальных объемов перевозок и выбор необходимых видов ТС. Предложен эвристический метод выбора оптимальных маршрутов обеспечения РП товарами при минимальном числе используемых ТС.

7. Предложена математическая модель задачи оптимального управления спросом в РП, позволяющей с использованием соответствующих статистических данных оперативно формировать цены на товар с помощью его рекламы. Разработан адаптивный метод формирования и оперативной корректировки в ТЦ корпорации оптимальной в среднем цены на реализуемый товар при его случайном спросе.

8. Для решения сформулированных в данной работе задач дискретной векторной оптимизации разработан рандомизированный численный метод формирования эффективных решений, основанный на построении множества допустимых решений задач с помощью датчика случайных чисел и получении паретооптимальных решений соответствующих задач КУЗС с использованием понятия ортогонального конуса (органта). Количество требуемых статистических испытаний предложено определять, исходя из результатов выполнения серии вычислительных экспериментов до получения устойчивого варианта паретооптимального множества.

9. Разработаны макетные образцы комплексов программ, предназначенные для использования в составе прикладной ИТ КУЗС.

10. Приведены примеры решения сформулированных в работе задач с использованием реальных и модельных исходных данных, которые показали адекватность разработанных математических моделей, методов и алгоритмов решения задач КУЗС.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

В научных журналах, рекомендованных ВАК:

1. *Моисеев В.С., Альмухаметова А.Ф., Бутузова А.В.* О модификациях классической транспортной задачи по критерию времени // Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева. – 2008. – №1. – С. 70-74.

2. *Моисеев В.С., Альмухаметова А.Ф., Гуцина Д.С., Мейко А.В.* Об одном методе формирования эффективных управленческих и проектных решений на дискретном множестве альтернатив // Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева. – 2008. – № 1. – С.67-69.

В других журналах и материалах научных конференций:

3. *Альмухаметова А.Ф., Подковкин С.В.* Системный анализ проблемы управления запасами в территориально-распределенной торговой корпорации // Системный анализ в проектировании и управлении: Тез. докл. VIII Междунар. науч.-практ. конф. – СПб., 2004. – Ч.1. – С.239-241.

4. *Моисеев В.С., Альмухаметова А.Ф.* Основные задачи управления запасами в территориально-распределенной торговой корпорации // XII Туполевские чтения: Тез. докл. Междунар. молодежной науч. конф. – Казань, 2004. – Т.3. – С.3-4.

5. *Моисеев В.С., Альмухаметова А.Ф.* Задачи логистики в управлении крупной территориально-распределенной торговой корпорацией // Управление организацией: диагностика, стратегия, эффективность: Тез. докл. XIII Междунар. науч.-практ. конф. – СПб., 2005. – С.115-117.

6. *Моисеев В.С., Альмухаметова А.Ф.* Основные математические модели оптимизации деятельности крупной территориально-распределенной торговой корпорации // Компьютерное моделирование 2005: Тез. докл. VI Междунар. науч.-техн. конф. – СПб., 2005. – С.463-467.

7. *Альмухаметова А.Ф., Исламгалиева Р.Р.* Основные задачи транспортной логистики в территориально-распределенной торговой корпорации // VIII Королёвские чтения: Тез. докл. Всероссийской молодежной науч. конф. с междунар. участием. – Самара, 2005. – С. 188.

8. *Моисеев В.С., Альмухаметова А.Ф.* Теоретико-множественные модели территориально-распределенной торговой корпорации // Математические методы и информационные технологии в экономике, социологии и образовании: Тез. докл. XVI Междунар. науч.-техн. конф. – Пенза, 2005. – С.322-324.

9. *Альмухаметова А.Ф.* Экономико-математические модели комплексного управления запасами в территориально-распределенной торговой корпорации // Актуальные проблемы науки и образования: Тез. докл. Молодежной науч.-практ. конф. – Зеленодольск, 2006. – С.168-171.

10. *Альмухаметова А.Ф.* Применение дерева целей, задач и методов для повышения эффективности функционирования территориально-распределенной торговой корпорации // Системный анализ в проектировании и управлении: Тез. докл. X Междунар. науч.-практ. конф. – СПб., 2006. – Ч.1. – С.301-303.

11. *Альмухаметова А.Ф.* Математические модели задач комплексного управления запасами в территориально-распределенной торговой корпорации // XIV Туполевские чтения: Тез. докл. Международной молодежной научной конф. – Казань, 2006. – С.87-88.

12. *Моисеев В.С., Альмухаметова А.Ф.* Информационные технологии многокритериального выбора оптимальных поставщиков продукции // Будущее

технической науки: Тез. докл. VI Междунар. молодежной науч.-техн. конф. – Нижний Новгород, 2007. – С.37-38.

13. *Моисеев В.С., Альмухаметова А.Ф.* Технология комплексного управления запасами в территориально-распределенной торговой корпорации // Информационные технологии в науке, образовании и производстве: Тез. докл. Всероссийской науч. конф. – Казань, 2007. – С. 558-561.

14. *Альмухаметова А.Ф., Моисеев В.С.* Прикладная информационная технология управления основной деятельностью территориально-распределенной торговой корпорации // Инфокоммуникационные технологии глобального информационного общества: Тез. докл. V Междунар. науч.-практ. конф. – Казань, 2007. – С. 111-114.

15. *Альмухаметова А.Ф.* Основные задачи анализа и оптимизации транспортных операций в территориально-распределенной торговой корпорации // IX Королёвские чтения: Тез. докл. Всероссийской молодежной науч. конф. с междунар. участием. – Самара, 2007. – С. 245.

16. *Альмухаметова А.Ф., Королева М.Ю.* Многокритериальный выбор поставщиков товаров // Исслед. по информатике. – 2007. – №12 – С.170-176.

17. *Моисеев В.С., Альмухаметова А.Ф.* Двухкритериальная задача выбора оптимального объема запаса товара при произвольном случайном спросе // Исслед. по информатике. – 2007. – №12. – С.159-169.

18. *Альмухаметова А.Ф.* Адаптивное управление оптимальной розничной ценой при случайном спросе на реализуемый товар. // Вестник ТИСБИ. – 2008. – № 1. – С.60-68.

19. *Альмухаметова А.Ф.* Математические модели и методы управления основной деятельностью территориально-распределенной торговой корпорации // XVI Туполевские чтения: Тез. докл. Междунар. молодежной науч. конф. – Казань, 2008. – С.4-6.

20. *Альмухаметова А.Ф., Борзов Г.Е., Шафигуллин Р.Р.* Двухкритериальная задача оптимизации числа обслуживающих приборов в системах массового обслуживания // XVI Туполевские чтения: Тез. докл. Междунар. молодежной науч. конф. – Казань, 2008. – С.3-4.

Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Печ.л. 1,5. Усл.печ.л. 1,39. Усл.кр.-отт. 1,39. Уч.-изд.л. 1,09.
Тираж 100. Заказ 46.

Отпечатано с готового оригинал – макета в ООО «Вестфалика»
г. Казань, ул. Б. Красная, 67. Тел.: 250-30-42
